

Spoločné spracovanie terestrických meraní a GPS v lokálnej geodetickej sieti s uvážením časových zmien

Marián Kováč*– Ján Hefty†

Abstrakt

Článok je zameraný na spoločné spracovanie viacepochovej geodetickej siete, ktorej špecifikom je, že merania GPS a terestrické merania boli vykonané v rozličných epochách. Spracovanie bolo uskutočnené vo forme prípadových štúdií, od elementárnej kombinácie meraní GPS s uvážením kovariančných matíc, až po spoločné spracovanie terestrických observácií a meraní GPS s uvážením časových zmien a transformačných parametrov v jednom spoločnom matematickom modeli. Flexibilné modifikácie boli zabezpečené prostredníctvom pomocou softvéru na spracovanie a analýzu heterogénnych observácií etapových, epochových a permanentných geodetických sietí, ktorý umožňuje efektívnu zmenu matematického modelu. Za účelom jednoduchšej interpretácie sa získané výsledky spracovanej geodetickej siete transformovali do lokálneho topocentrického súradnicového systému prostredníctvom rozširujúcich modulov programu.

The paper deals with common processing of multiepoch geodetic network. The specific of the network is that the terrestrial and GPS observations were made in various epochs. The processing was performed in form of case studies, from elementary combination of GPS networks considering their covariance matrices to common processing of terrestrial and GPS observations considering the time factor of and transformation parameters in one common mathematic model too. Flexible modifications were provided by software developed for processing and analysis of heterogeneous stage-by-stage, epoch and permanent geodetic networks. It allows an effective choice of mathematic model. In order to simplify the interpretation of processed geodetic network the results were transformed to the local topocentric coordinate system using the extension modules of the software.

1 Lokálna geodetická sieť v lokalite Mochovce

1.1 Charakter geodetickej siete

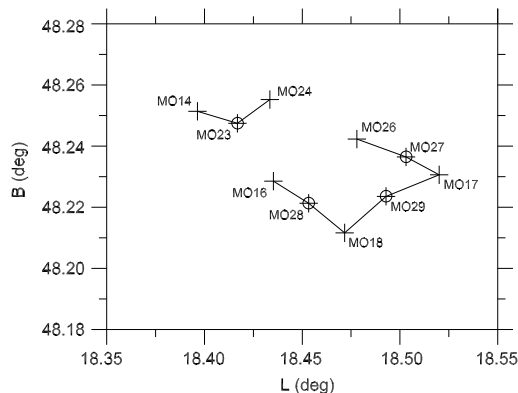
Geodetická sieť jadrovej elektrárne Mochovce sa zriadila v roku 1981 za účelom výskumu geodetického monitorovania recentných pohybov zemskej kôry v oblasti Mochoviec. Predmetom výskumu boli vertikálne a horizontálne regionálne pohyby litosféry. Sieť pozostáva z 29 bodov, pričom ich rozmiestnenie bolo realizované v spolupráci geodetov, geofyzikov a geológov.

V rokoch 1988 – 1989 sa uskutočnili opakované merania lokálnej geodetickej siete Mochovce pomocou terestrických geodetických metód. Výsledky terestrických meraní uhlov a

*Katedra geodetických základov, Stavebná fakulta, STU v Bratislave, marian.kovac@stuba.sk

†Katedra geodetických základov, Stavebná fakulta, STU v Bratislave, jan.hefty@stuba.sk

dĺžok sú uvedené v tab. č. 1 a v tab. č. 2. Schématické znázornenie meraných veličín je na obr. 1. Z hľadiska ich ďalšieho využitia sú cenným materiálom a je možné ich začlenenie do spoločnej analýzy s výsledkami novších meraní, uskutočnených po roku 2000.



Obr. 1: Terestrické observácie; symbolom \bigcirc sú označené body, na ktorých bolo vykonané uhlové meranie, symbolom — sú označené merania dĺžok medzi bodmi geodetickej siete.

Stanovisko	dĺžka	Rok 1988	Rok 1989
MO28	MO18	1985.7954 m	1985.7881 m
MO28	MO16	1304.2715 m	1304.2627 m
MO29	MO18	1965.4757 m	1965.4652 m
MO28	MO17	2277.3706 m	2277.3632 m
MO27	MO17	1707.7659 m	1707.7567 m
MO28	MO26	1870.5923 m	1870.5797 m
MO23	MO24	1420.7839 m	1420.7687 m
MO28	MO14	1719.6469 m	1719.6348 m

Tabuľka 1: Dĺžky geodetickej siete Mochovce.

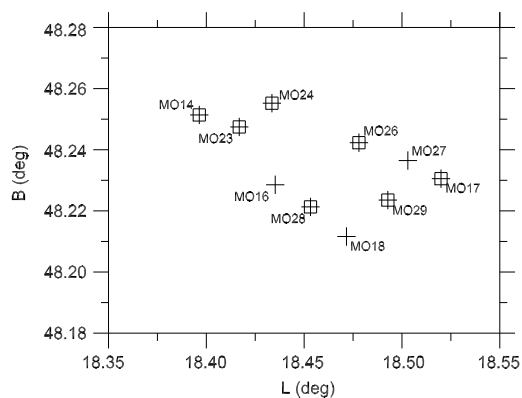
V roku 2001 sa uskutočnilo prvé geodetické meranie vybranej časti siete Mochovce metódou GPS (obr. 2). Meranie sa uskutočnilo na 12 bodoch siete. Ďalšie opakované meranie GPS sa uskutočnilo v novembri 2002 na redukovanom počte 8 bodov. V nasledujúcom roku v tom istom období sa uskutočnilo posledné meranie avšak už len na 5 bodoch siete. Odhad súradníc sa uskutočnil pomocou programu Bernese vo verzii 4.2. V tabuľke 3, 4 a 5 sú výsledné karteziánske súradnice určené v jednotlivých epochách. Údaje použité pri spracovaní geodetickej siete boli prevzaté z [4, 5].

1.2 Varianty spracovania geodetickej siete

Lokálna geodetická sieť lokality Mochovce je charakterizovaná ako viacepochová heterogénna geodetická sieť. V tejto sieti sa kombinujú epochové riešenia GPS s terestricky meranými observáciami, pričom merania GPS a terestrické merania neboli vykonané v rovnakých epochách. Predmetnú geodetickú sieť sme spracovávali vo viacerých variantoch (vo všetkých prípadoch

Stanovisko	Uhol	Rok 1988	Rok 1989
MO21	MO10–MO11	193.340812°	193.340799°
MO21	MO11–MO12	89.048929°	89.048762°
MO21	MO12–MO10	117.610127°	117.610340°
MO23	MO14–MO24	156.463571°	156.463296°
MO27	MO26–MO17	164.961222°	164.961284°
MO28	MO16–MO18	206.016870°	206.016614°
MO29	MO18–MO17	227.025327°	227.025954°

Tabuľka 2: Uhly merané v geodetickej sieti Mochovce.



Obr. 2: Body merané pomocou GPS, symbolom \square sú označené body merané aspoň v dvoch kampaniach v období 2001 – 2003.

s použitím kovariančných matíc):

1. Jednoduchá kombinácia GPS observácií, bez uvažovania časového faktora a bez odhadu transformačných parametrov.
2. Kombinácia meraní GPS s uvážením časového faktora a bez odhadu transformačných parametrov.
3. Kombinácia meraní GPS s odhadom transformačných parametrov bez uvažovania časových zmien.
4. Kombinácia meraní GPS s uvážením časového faktora spolu s odhadom transformačných parametrov.
5. Kombinácia terestrických observácií a meraní GPS bez uváženia časových zmien a bez odhadu transformačných parametrov.
6. Kombinácia terestrických observácií a meraní GPS s uvážením časových zmien a s odhadom transformačných parametrov.

Bod	X [m]	Y [m]	Z [m]
MO13	4031914.1974	1345943.7057	4739755.1348
MO14	4037703.3871	1342796.1517	4735708.4910
MO15	4035784.9145	1347395.3779	4736110.3997
MO16	4038636.3601	1346146.8405	4733969.2773
MO17	4036290.7933	1352165.7456	4734164.5269
MO22	4033100.5596	1344553.8637	4739135.8641
MO23	4037308.4269	1344460.8340	4735535.1828
MO29	4037479.5934	1350279.8955	4733699.0114
MO01	4034636.1125	1345620.3406	4737618.9922
MO18	4038891.3108	1349220.5617	4732834.1964
MO24	4036408.9616	1345437.2996	4736041.2086
MO26	4036341.1750	1348846.0672	4735080.0022

Tabuľka 3: Geocentrické karteziánske súradnice bodov geodetickej siete Mochovce v epoche 2001.0.

Bod	X [m]	Y [m]	Z [m]
MO14	4037703.3440	1342796.1595	4735708.4832
MO17	4036290.7586	1352165.7420	4734164.5049
MO23	4037308.4005	1344460.8368	4735535.1680
MO24	4036408.9238	1345437.2971	4736041.1798
MO29	4037479.5595	1350279.8934	4733698.9889
MO26	4036341.1490	1348846.0649	4735079.9821
MO27	4036687.3902	1350510.1336	4734298.9161
MO28	4038676.6073	1347383.9901	4733558.2211

Tabuľka 4: Geocentrické karteziánske súradnice bodov geodetickej siete Mochovce v epoche 2002.0.

V nasledujúcom texte je uvedený len matematický model a spracovanie posledného variantu, nakoľko sa jedná o najkomplikovanejší prípad a všetky ostatné varianty je možné získať jeho úpravou.

2 Matematický model

Riešenia GPS určené v jednotlivých kampaniach (tab. 3, 4 a 5) sa vzťahujú k rovnakému referenčnému rámcu. Keďže však ide o lokálnu sieť, je účelné riešiť kombinácie jednotlivých riešení len lokálne, tj. bez väzby na globálny referenčný rámec ITRF. Lokálne riešenie preferujeme kvôli dosiahnutiu vyššej presnosti určených relatívnych polohových zmien.

Interval troch meraní GPS je relatívne krátky na posúdenie kinematiky monitorovaného územia. Na preklopenie uvedeného nedostatku relevantných informácií spôsobeného krátkym časovým intervalom meraní GPS môžeme účelne využiť terestrické merania medzi niektorými bodmi uskutočnené v rokoch 1988 a 1989. Spoločné spracovanie terestrických meraní a GPS s odhadom súradníc, rýchlostí a transformačných parametroch je realizované modelom [3]

Bod	X [m]	Y [m]	Z [m]
MO14	4037703.3440	1342796.1595	4735708.4832
MO17	4036290.7516	1352165.7181	4734164.5154
MO24	4036408.9211	1345437.2764	4736041.2019
MO26	4036341.1514	1348846.0458	4735080.0077
MO28	4038676.6084	1347383.9685	4733558.2442

Tabuľka 5: Geocentrické karteziánske súradnice bodov geodetickej siete Mochovce v epoche 2003.0.

(upravené):

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}^{(t_1)} \\ \mathbf{x}^{(t_2)} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^{(t_n)} \\ \mathbf{I}^{(t_1)} \\ \mathbf{I}^{(t_2)} \\ \vdots \\ \mathbf{I}^{(t_n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}^{(t_1)} & \mathbf{D}^{(t_1)} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{I}^{(t_2)} & \mathbf{D}^{(t_2)} & \mathbf{T}^{(t_2)} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{I}^{(t_n)} & \mathbf{D}^{(t_n)} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{T}^{(t_n)} \\ \mathbf{A}_l^{(t_1)} & \mathbf{D}_l^{(t_1)} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_l^{(t_2)} & \mathbf{D}_l^{(t_2)} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \mathbf{A}_l^{(t_p)} & \mathbf{D}_l^{(t_p)} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{v}_y \\ \Theta^{(t_2)} \\ \vdots \\ \Theta^{(t_n)} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

s kovariančnou maticou

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma^{(t_1)} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma^{(t_2)} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \Sigma^{(t_m)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Sigma_l^{(t_1)} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Sigma_l^{(t_2)} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \Sigma_l^{(t_p)} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Označenie symbolov vo vzťahoch (1) a (2)

$\mathbf{I}^{(t_i)}$ matica väzieb medzi observáciami v i -tej epoche a odhadovanými súradnicami,

$\mathbf{A}_l^{(t_i)}$ matica väzieb medzi terestrickými observáciami v i -tej epoche a odhadovanými geocentrickými karteziánskymi súradnicami,

$\mathbf{D}^{(t_i)}$, $\mathbf{D}_l^{(t_i)}$ diagonálna matica definujúca väzbu medzi rýchlosťami a pozorovaniami v i -tej epoche pre GPS a terestrické observácie,

$\mathbf{T}^{(t_i)}$ matica väzieb medzi observáciami a odhadovanými súradnicami,

$\mathbf{x}^{(t_i)}$ vektor realizácií v i -tej epoche,

$\mathbf{I}^{(t_i)}$ terestrické observácie v i -tej epoche,

$\Sigma^{(t_i)}$ kovariančná matica súradníc určených z GPS v i -tej epoche,

$\Sigma_l^{(t_i)}$ kovariančná matica terestrických observácií v i -tej epoche,

\mathbf{y} výsledné súradnice vzťahnuté k referenčnému rámcu 1. epochy,

\mathbf{v}_y odhadnuté rýchlosti bodov,

$\Theta^{(t_i)}$ odhadnuté transformačné parametre.

Pretože matica plánu \mathbf{A} uvedeného modelu nemá plnú hodnotu v stĺpcoch, regularitu modelu sme zabezpečili pri spracovaní zafixovaním súradníc bodu MO14. Iným možným spôsobom riešenia, vhodným predovšetkým pre neautomatické počítačové spracovanie, je definovanie dodatočnej podmienky, napr. že súčet zložiek rýchlostí v jednotlivých smeroch súradnicových osí je nulový, t.j., že ťažisko siete nevykáže po odhade rýchlostí žiadny pohyb.

Transformácia reziduí do lokálneho topocentrického horizontálneho systému, za účelom jednoduchšej interpretácie získaných výsledkov sa vykonala podľa vzťahu:

$$\mathbf{n} = \mathbf{S} \mathbf{r}, \quad (3)$$

kde blokovo diagonálnu maticu \mathbf{S} vyjadrujúcu transformáciu p bodov tvorí p submatic \mathbf{S}_k ($k = 1, 2, \dots, p$) vyplývajúcich zo vzťahu uvedeného napr. v [2]:

$$\begin{pmatrix} n \\ e \\ v \end{pmatrix}_k = \begin{pmatrix} -\sin B \cos L & -\sin B \sin L & \cos B \\ -\sin L & \cos L & 0 \\ \cos B \cos L & \cos B \sin L & \sin B \end{pmatrix}_k \begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix}_k \quad (4)$$

Kovariančná matica transformovaných reziduí bude:

$$\Sigma_{nev} = \mathbf{S} \Sigma_{XYZ} \mathbf{S}^T \quad (5)$$

3 Odhad neznámych parametrov

Pri výpočte odhadu neznámych parametrov sme použili programový systém SoNet (*Solution of Networks*) [6]. Tento program slúži na spracovanie a analýzu heterogénnych viacetapových, viacepochových a permanentných geodetických observácií. SoNet poskytuje užívateľovi možnosť použiť ľubovoľný matematický model, alebo definovať vlastný matematický model geodetickej siete. V programe je možné definovať:

- Observácie, ktoré v súčasnej verzii programu zahŕňajú geocentrické karteziánske súradnice, resp. ich parametrický vektor, priestorové zmeny polohy bodov, priestorovú dĺžku, vodorovný uhol, zenitovú vzdialenosť a kovariančnú maticu príslušných observácií. Nové observácie do programu nemôže pridávať užívateľ dynamicky, čo však nie je obmedzujúce, pretože geodetických observácií je konečná množina.
- Neznáme odhadované parametre, ktoré chceme z vyrovnania získať. Takýmto spôsobom môžeme definovať a vytvoriť ľubovoľnú skupinu neznámych, čím nás program neobmedzuje len na štandardnú skupinu odhadovaných neznámych reprezentovaných spravidla súradnicami. Neznáme parametre definuje samotný užívateľ, čo mu umožňuje vytvoriť prakticky ľubovoľný neznámy parameter. Neznáme parametre sú viazané vo funkčnom vzťahu s observáciami v observačných rovniciach.

- Observačné rovnice, ktoré tvoria matematický model spracovávanej geodetickej siete. Ako bolo naznačené, observačné rovnice tvoria funkčný vzťah medzi observáciami a neznámymi odhadovanými parametrami. Observačné rovnice sa definujú v symbolickom tvare, tj. v tvare známom z matematických programov používaných na symbolickú matematiku, napr. Mathematica, Maple, ai. V observačných rovniciach je možné použiť matematické operátory, ktorých priorita je zachovaná, zátvorky a funkcie. Linearizovanie observačných rovníc rozvojom do Taylorovho radu s obmedzením na prvé členy realizuje program automaticky použitím symbolických derivácií týchto rovníc. Použitie observačných rovníc predstavuje najväčšiu výhodu oproti doterajším programom na spracovanie geodetických sietí.
- Metainformácie, prostredníctvom ktorých je možné do observačných rovníc priradiť číselnú hodnotu. Metainformácie plnia v podstate úlohu premenných. Metainformácie sa definujú spolu s observáciami a tvoria ich samostatnú časť. Pomocou metainformácií je možné v observačných rovniciach definovať výšku prístroja, výšku cieľa, príslušnú epochu merania, ai.
- Parametre zvoleného elipsoidu, ktoré sú definované v externom súbore vo formáte XML, čo zabezpečuje jednoduché pridávanie ďalších elipsoidov. Príslušný zvolený elipsoid, resp. jeho parametre je možné použiť v observačných rovniciach v tzv. bodkovej notácii, tj. *meno_elipsoidu.parameter_elipsoidu*.

Jednotlivé observácie je možné zlučovať do etáp alebo epôch, príp. do nižších celkov označovaných ako bloky. Program je možné modulárne rozširovať prostredníctvom rozširujúcich modulov (pluginov). V súčasnej verzii sú v programe dostupné nasledovné pluginy: plugin na odstránenie modelovej zložky rýchlosti zvolenej kinematickej platne, plugin na transformáciu geocentrických karteziánskych súradníc na elipsoidické a lokálne topocentrické horizontálne súradnice, plugin umožňujúci zápis výsledkov do výstupného súboru v textovom tvare. Okrem pluginov je možné program rozšíriť pomocou skriptov, ktoré sú písané v jazyku Python.

3.1 Výsledky spoločného spracovania terestrických meraní a GPS s odhadom rýchlostí monitorovaných bodov

Výsledkami spoločného riešenia GPS kampaní 2001, 2002, 2003 a terestrických observácií v epochách 1988 a 1989 sú odhad geocentrických karteziánskych súradníc, transformačné parametre, ktoré zaraďujeme medzi neužitočné parametre a neuvádzame ich a rýchlosti jednotlivých bodov geodetickej siete. Súradnice bodov sú uvedené v tab. 6 a im prislúchajúce rýchlosti v tabuľke 7.

Geocentrické karteziánske súradnice majú relatívne nízky interpretačný význam a preto sme súradnice bodov, resp. ich rýchlosti (ktoré môžeme chápať ako prírastky k súradniciam) získané z vyrovnania transformovali do lokálneho topocentrického súradnicového systému. Túto transformáciu sme vykonali pomocou rozširujúceho pluginu programu SoNet, ktorý umožňuje okrem transformácie súradnicových prírastkov aj transformáciu odpovedajúcej kovariančnej matice. Použitím tohto pluginu získame v jednom procese okrem lokálnych topocentrických súradníc (tab. 9) a ich kovariančnej matice aj elipsoidické súradnice a ich charakteristiky presnosti (tab. 8).

Bod	$X [m]$	$\sigma_X [mm]$	$Y [m]$	$\sigma_Y [mm]$	$Z [m]$	$\sigma_Z [mm]$
MO17	4036290.7995	4.692	1352165.7295	4.681	4734164.5202	4.693
MO23	4037308.4431	6.060	1344460.8285	5.727	4735535.1812	6.204
MO29	4037479.6022	6.432	1350279.8828	6.430	4733699.0043	6.441
MO24	4036408.9675	4.685	1345437.2847	4.666	4736041.2008	4.692
MO26	4036341.1893	4.692	1348846.0532	4.681	4735080.0009	4.693
MO28	4038676.6499	7.579	1347383.9801	7.572	4733558.2352	7.592

Tabuľka 6: Odhadnuté geocentrické karteziánske súradnice bodov geodetickej siete Mochovce.

Bod	$v_X [\frac{m}{rok}]$	$\sigma_{v_X} [\frac{mm}{rok}]$	$v_Y [\frac{m}{rok}]$	$\sigma_{v_Y} [\frac{mm}{rok}]$	$v_Z [\frac{m}{rok}]$	$\sigma_{v_Z} [\frac{mm}{rok}]$
MO14	0.0059	5.901	-0.0051	5.199	-0.0053	5.910
MO17	0.0057	5.609	-0.0193	5.567	-0.0075	5.609
MO23	0.0191	7.629	-0.0017	5.844	-0.0043	8.176
MO29	0.0098	9.122	-0.0141	9.121	-0.0079	9.130
MO24	0.0050	5.366	-0.0157	5.401	-0.0043	5.513
MO26	0.0148	5.609	-0.0162	5.567	0.0010	5.609
MO28	0.0106	10.018	-0.0207	9.896	0.0050	10.034

Tabuľka 7: Odhadnuté rýchlosti na bodoch geodetickej siete Mochovce.

Bod	$B [^\circ]$	$\sigma_B ["]$	$L [^\circ]$	$\sigma_L ["]$	$H [m]$	$\sigma_H [mm]$
MO17	53.58971	0.0002	20.57884	0.0003	213.2505	6.450
MO23	53.60983	0.0002	20.46470	0.0003	252.8440	6.451
MO24	53.61726	0.0002	20.48282	0.0003	267.6758	4.693
MO26	53.60330	0.0003	20.53151	0.0004	226.3663	7.609
MO28	53.58011	0.0002	20.49971	0.0003	258.4968	5.408
MO29	53.58267	0.0002	20.54645	0.0003	218.3034	4.693

Tabuľka 8: Elipsoidické súradnice bodov siete na elipsoide WGS-84, na ktorých sa uskutočnili 2, resp. 3 merania GPS.

Bod	$v_n [\frac{m}{rok}]$	$\sigma_{v_n} [\frac{mm}{rok}]$	$v_e [\frac{m}{rok}]$	$\sigma_{v_e} [\frac{mm}{rok}]$	$v_v [\frac{m}{rok}]$	$\sigma_{v_v} [\frac{mm}{rok}]$
MO17	-0.0045	6.987	-0.0201	5.188	-0.0061	9.136
MO23	-0.0160	9.120	-0.0076	9.114	0.0085	9.139
MO24	-0.0027	5.602	-0.0164	5.566	-0.0034	5.616
MO26	-0.0060	9.984	-0.0201	9.883	0.0067	10.080
MO28	0.0007	4.940	-0.0229	5.779	0.0060	4.721
MO29	-0.0088	5.395	-0.0165	5.263	-0.0027	5.616

Tabuľka 9: Odhadnuté rýchlosti bodov transformované do zložiek v horizontálnej rovine a vo výške.

4 Záver

Predloženým článkom sme chceli poukázať na široké možnosti použitia programu SoNet, ktoré sme demonštrovali na príklade kombinácie terestrických meraní a GPS, ktoré neboli uskutočnené v rovnakých epochách, s odhadom časových zmien a transformačných parametrov. Z hľadiska spracovania relatívne zložitý matematický model je možné v programe jednoducho modelovať, nakoľko program umožňuje efektívnu zmenu, resp. tvorbu nového matematického modelu vo forme observačných rovníc s pridávaním nových odhadovaných parametrov, kde samotný proces linearizácie observačných rovníc a vyrovnanie prebieha automaticky.

Program je možné modulárne rozširovať prostredníctvom zásuvných modulov, čo sme využili pri transformácii odhadnutých karteziánskych súradníc bodov, resp. ich rýchlostí do lokálneho topocentrického súradnicového systému.

Pri odhade neznámych parametrov bol použitý druhý lineárny model, pričom pri numerickom riešení sa použil ortogonalizačný algoritmus QR rozkladu s pivotovaním, ktorým je zabezpečená potrebná numerická stabilita.

Literatúra

- [1] GOLUB, G. H., VAN LOAN, CH. F. Matrix computations. The Johns Hopkins University Press, 1989.
- [2] HEFTY, J., HUSÁR, L. Družicová geodézia: Globálny polohový systém, Bratislava, 2003.
- [3] HEFTY, J. Globálny polohový systém v štvorrozmernej geodézii, Bratislava, 2003.
- [4] HEFTY, J. Monitorovanie recentných pohybov litosféry v lokalite atómovej elektrárne Mochovce pomocou geodetických metód, Správa k úlohe v rámci Zmluvy o dielo 04-085-02, STU Bratislava, 2002.
- [5] HEFTY, J. Geologické hodnotenie oblasti EMO, Meranie recentných pohybov v lokalite EMO, STU Bratislava, 2004.
- [6] KOVÁČ, M. Softvérové modelovanie vybraných geodetických meraní – dizertačná práca, Bratislava 2005.
- [7] KUBÁČKOVÁ, L. Metódy spracovania experimentálnych meraní, Veda, 1990.
- [8] TEUKOLSKY, S. A. ET AL. Numerical Recipes in Fortran 77: The Art of Scientific Computing. Cambridge University Press, 1992.